

樂道中學
香港理工大學應用數學系 合辦
2013-2014 年度
全港十八區（沙田區）小學數學比賽

創意解難 挑戰一

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

時限二十分鐘

正多面體

指引

本卷共 6 頁。

簡介

名詞簡介：

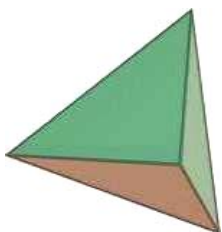
多邊形——是指由三條或以上線段所圍成的平面圖形。

正多邊形——是指每條邊的長度相等且每個內角的大小相等的多邊形。

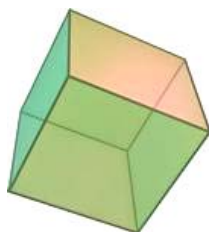
由多個完全相同的正多邊形所組合成的凸立體稱為正多面體。

正多面體又稱柏拉圖立體，由古希臘人發現。存在的正多面體只有五個，分別為：

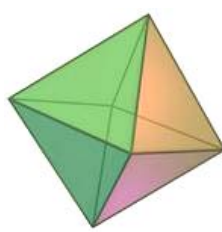
正四面體、正六面體、正八面體、正十二面體及正二十面體。



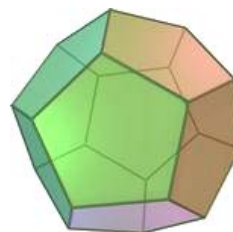
正四面體



正六面體



正八面體



正十二面體



正二十面體

任務一（正多面體的面）

（5分）

每個正多面體都是由若干個形式、大小完全相同的正多邊形所組成。

請在下表空格內寫出每個正多面體的面是哪一種正多邊形？

選擇（可重覆使用）：

- (a) 等邊三角形
- (b) 正方形
- (c) 正五邊形
- (d) 正六邊形
- (e) 正七邊形
- (f) 正八邊形

名稱	由以上哪種正多邊形所組成？ （請填寫正確的英文字母）
正四面體	
正六面體	
正八面體	
正十二面體	
正二十面體	

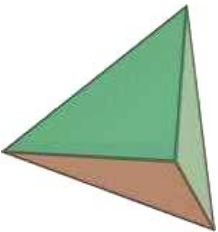
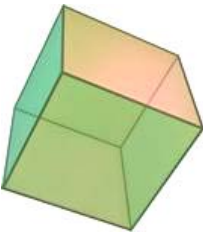
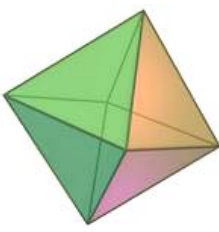
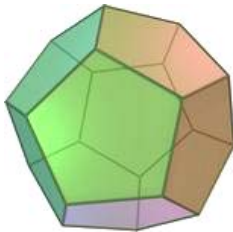

任務二（正多面體的展開圖樣）

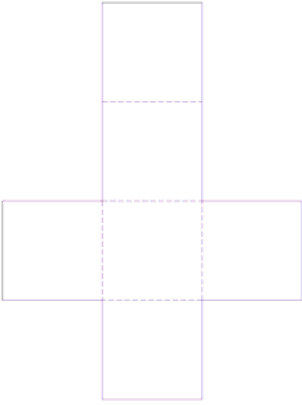
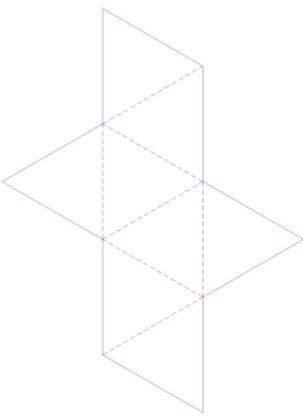
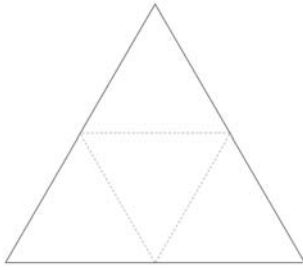
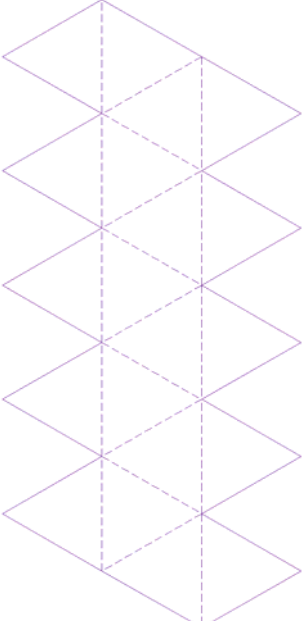
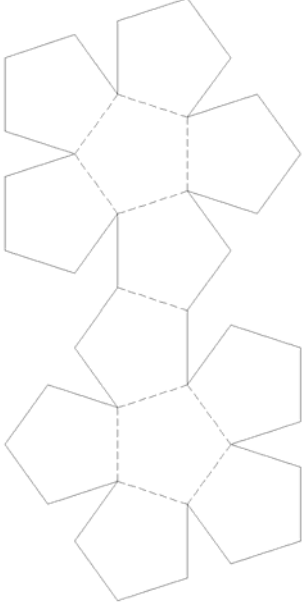
（4分）

以下 (a) 至 (e) 分別為五個正多面體的展開圖樣，意思是只要將圖樣剪下，並沿圖中的虛線摺疊，即可得到五個正多面體。

請在下表的空格內以英文字母填寫每個正多面體相對應的展開圖樣。

（例：正六面體的展開圖樣為(a)）

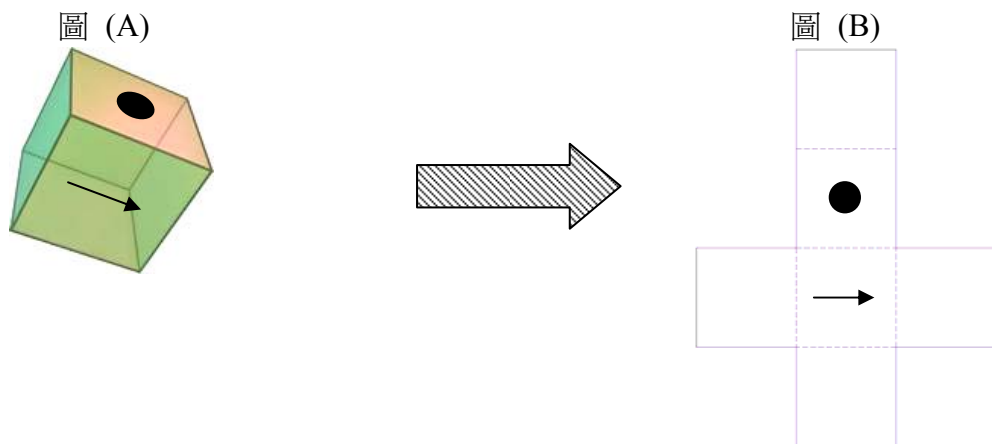
立體圖					
名稱	正四面體	正六面體	正八面體	正十二面體	正二十面體
展開圖樣		(a)			

(a) 	(b) 	(c) 
(d) 	(e) 	

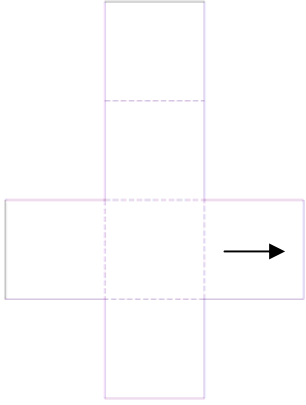
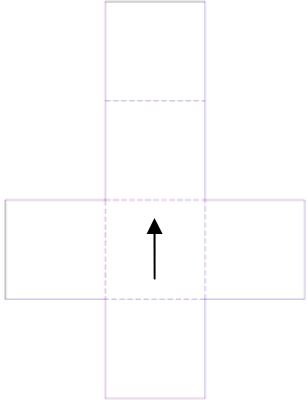
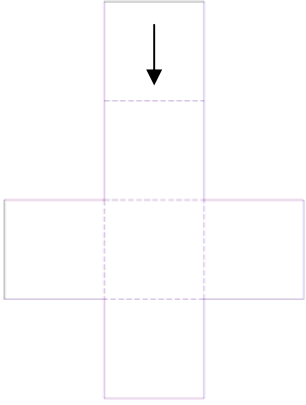
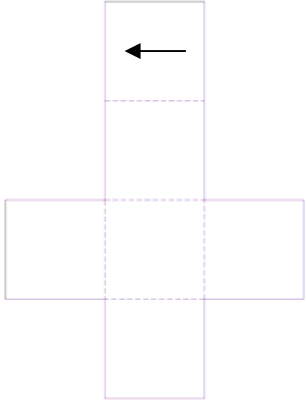
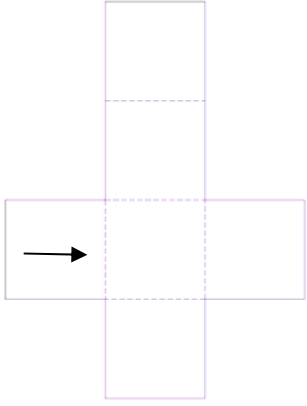
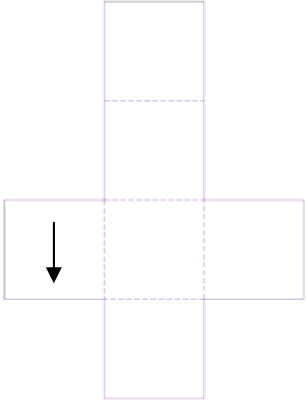
任務三（正六面體的展開圖）

（6分）

圖 (A) 顯示一個正六面體，其中兩個面分別畫了一個箭號及一個圓點。這個立體經展開後，可以得出圖 (B) 的展開點樣。



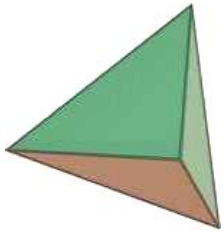
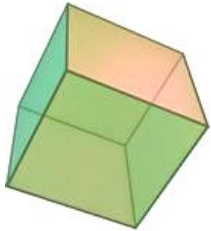
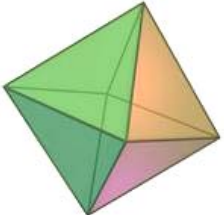
以下四個正六面體的展開圖中，箭號被標示在不同位置，請在每個展開圖中畫出圓點的位置，以致該展開圖在摺疊後可得出如圖(A)所示的正六面體。

題 1	題 2	題 3
		
題 4	題 5	題 6
		

任務四（正多面體的點線面）

（8分）

正多面體是由多個「面」所組成。每兩個面連接的線段稱為「邊」。每條邊的兩端稱為「頂點」。試數算每個正多面體的「面」、「邊」及「頂點」數目，然後完成下表。

名稱	立體圖	「面」的數目	「邊」的數目	「頂點」的數目
正四面體		4	6	4
正六面體		6		
正八面體		8		

任務五（歐拉公式）

（7分）

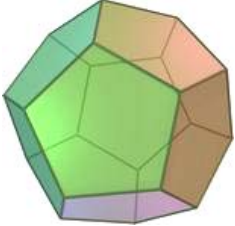

假設 F 代表「面」的數目、 E 代表「邊」的數目、 V 代表「頂點」的數目。
從任務四的表格中，你發現 F 、 E 及 V 之間有何關係？

請在方格內填上「+」或「-」號，並在圈內填上 1 個數字，使以下數式成立。

$$V \quad \square \quad F \quad \square \quad E \quad = \quad \bigcirc$$

以上數式稱為「歐拉公式」，由瑞士數學家歐拉所發現。
這條「歐拉公式」適用於所有正多面體，甚至其他立體。

試根據「歐拉公式」完成下表。

名稱	立體圖	「面」的數目	「邊」的數目	「頂點」的數目
正十二面體		12	30	
正二十面體		20		12

全卷完

樂道中學
香港理工大學應用數學系 合辦
2013-2014 年度
全港十八區（沙田區）小學數學比賽

創意解難 挑戰二

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

時限二十分鐘

命題演算

指引

本卷共 5 頁。

簡介

命題演算用於判斷命題何時正確，何時錯誤。

當一句子原則上能被判斷它是正確與否，它便被稱為**命題**。

例如：「2 是質數」這一句子，由於我們知道它是正確的，所以它是一正確的命題，我們用「1」表示。

同樣，「3 是偶數」這一句子也是命題，但它是錯誤的命題，我們用「0」表示。

複合命題

若利用「非」、「及」、「或」和「蘊含」將簡單命題組成一新的命題，該新的命題稱為**複合命題**。

1. 考慮命題 P，「非 P」，記為 $\sim P$ ，兩者的關係可用下表表示。

P	$\sim P$
1	0
0	1

2. 設 P 和 Q 均為命題。命題「P 及 Q」，記為 $P \wedge Q$ ，此複合命題可用下表表示。

P	Q	$P \wedge Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

3. 設 P 和 Q 均為命題。命題「P 或 Q」，記為 $P \vee Q$ 。此複合命題可用下表表示。

P	Q	$P \vee Q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

4. 設 P 和 Q 均為命題。複合命題「P 蘊含 Q」，記為 $P \Rightarrow Q$ ，「P 蘊含 Q」可用下表表示。

P	Q	$P \Rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

由上面的列表可以看到，只有當 P 是正確但 Q 卻是錯誤的時候，「P 蘊含 Q」才會錯誤的。若「P 蘊含 Q」為正確時，當 P 是正確，則 Q 亦必須正確。

利用以上各表，我們可以較容易理解一句複合命題甚麼時候正確，甚麼時候錯誤。

以下為 $(\sim P) \vee Q$ 的列表。

P	Q	$\sim P$	$(\sim P) \vee Q$
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

任務一

(2 分)

試完成下列關於 $P \wedge (\sim P)$ 的列表。

P	$\sim P$	$P \wedge (\sim P)$
1		
0		

任務二

(4 分)

試完成下列關於 $(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P)$ 的列表。

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P)$
1	1	1		
1	0	0		
0	1	1		
0	0	1		

任務三

(8 分)

試完成下列關於 $P \Rightarrow (Q \vee R)$ 的列表。

P	Q	R	$P \Rightarrow (Q \vee R)$
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	
0	1	1	
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

任務四

(8 分)

試完成下列關於 $((\sim P) \vee Q) \Rightarrow ((\sim R) \wedge S)$ 的列表。

P	Q	R	S	$(\sim P) \vee Q$	$(\sim R) \wedge S$	$((\sim P) \vee Q) \Rightarrow ((\sim R) \wedge S)$
1	1	1	1			
1	1	0	1			
1	0	1	1			
1	0	0	1			
0	1	1	1			
0	1	0	1			
0	0	1	1			
0	0	0	0			

任務五

(2 分)

考慮下面的對話。

甲說：「子明談過超過 10 次戀愛。」

乙說：「不！沒有那麼多。」

丙說：「以我所知，子明至少談過 1 次戀愛。」

若甲、乙及丙三人中只有一人正確，那麼子明事實上談過多少次戀愛？

答案：_____

樂道中學
香港理工大學應用數學系 合辦
2013-2014 年度
全港十八區（沙田區）小學數學比賽

創意解難 挑戰三

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

時限二十分鐘

耶穌的死與幻方之謎

指引

本卷共 4 頁。

簡介

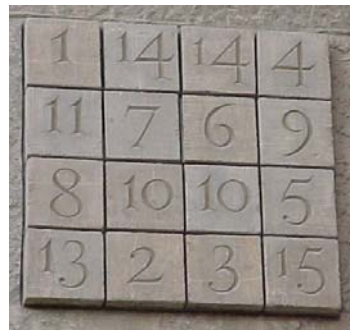


Photo by WWK (2007)

安東尼·高第·柯內特 (Antoni Gaudi Cornet, 1852 – 1926) 是舉世知名的西班牙建築奇才。在西班牙的巴塞隆納，有他出名的聖家教堂 (Sagrada Familia Cathedral)。這座教堂的外牆刻有一個幻方（見上圖），據說與耶穌的死有關。按聖經的推斷，耶穌死時 33 歲，而高第將這個數字暗藏在幻方之中。原來他將 16 個數字 (其中有兩對是重複的!) 放在幻方中，只要小心選擇其中四個數字，而數字不能重覆，加起來便是 33。例如： $1 + 11 + 8 + 13 = 33$; $14 + 9 + 8 + 2 = 33$ 。

注意，相同數字但位置不同只當一種組合，例如：以下兩個只當作一種！

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

工具：每組有四頁每頁印有 20 個幻方的工作紙及草稿紙兩張。

指示：所有答案須填寫在此答題簿內。

任務一

(a) 在下面的幻方中圈出所有組合，其中都有“1”這個數字。
(提示：有 12 種組合或以下)

(4 分)

1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15

1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15

1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15

(b) 有“2”這個數字在內的幻方組合共有多少種？

(2 分)

(c) 高第的幻方組合共有多少種？

(4 分)

(提示：選四個數字，不能重覆，加起來是 33；相同數字但位置不同只當一種組合。你可利用那 4 張工作紙作嘗試。)

任務二

高第幻方中十六個數字有 10 和 14 兩個數字重覆的。若另選十六個數字：1、2、3、4、5、6、7、8、8、9、11、12、12、13、15、16（即 1 至 16 但不要 10 和 14，另 8 和 12 重覆），也可製作一個幻方，取 4 個數字，不能重覆，加起來都是 33。

- (a) 給你以下的一個「標準」幻方，每橫、直、斜的總和都是 34。
只需改動其中 4 個數字，便可得到上面所要求的幻方。試圈出那 4 個數字來。 (4 分)

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

- (b) 你可以把這個幻方寫出來嗎？ (6 分)

任務三

為了不想有重覆的數字，小強設計了一個幻方，選用 0 至 16 這十七個數字，其中有一個不用，在幻方中取 4 個數字，不能重覆，加起來都是 33。

你可以把這個幻方寫出來嗎？

(a) 哪一個數字沒有使用？

--

(4 分)

(b) 你可以把這個幻方寫出來嗎？

(提示：左上角填“0”)

0			

(6 分)

全卷完

任務一工作紙 (此頁不評分)

第一頁

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

任務一工作紙 (此頁不評分)

第二頁

1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15
1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15
1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15
1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15
1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15
1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15

任務一工作紙 (此頁不評分)

第三頁

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

任務一工作紙 (此頁不評分)

第四頁

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

任務六

(2 分)

試考慮下列的情況，並判斷甲、乙、丙三人中誰人會參加 JPSMC 2013。

1. 三人中至少一人會參加比賽。
2. 甲參加比賽蘊含乙不參加比賽。
3. 甲參加比賽或丙不參加比賽。
4. 只有一人參加比賽蘊含該人不是甲。
5. 乙不參加蘊含丙不參加。

答案：_____

任務七

(4 分)

試考慮下列的情況，並判斷甲、乙、丙、丁及戊五人中誰人會出席派對。

- 甲的出席蘊含乙的出席。
- 丁或戊會出席。
- 乙或丙會出席，但他們不會同時出席。
- 「丙及丁會同時出席」或「丙及丁會同時不出席」。
- 戊的出席蘊含甲及丁的同時出席。

答案：_____

全卷完