

2014-2015 年度
第十屆全港小學數學比賽
創意解難 挑戰一

學校名稱：_____

總分：

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

關燈遊戲

指引

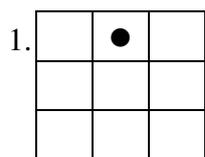
本卷共 4 頁。全卷佔 30 分。

簡介

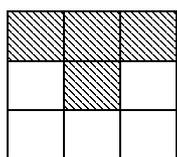
方塊內每一方格代表一盞燈，白色代表該燈亮著，陰影則代表該燈關掉。現在你的任務是要把指定的燈關掉，但規則是當你每次點選一盞燈，該燈及上下左右四方的燈將會變成原來相反的狀態（即原本亮著的會關掉，原本關掉的燈會亮著）。

試看以下例子：

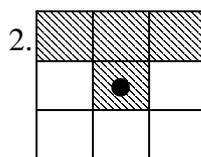
例一：



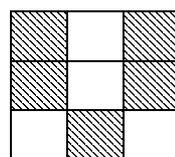
點選上排
正中的燈



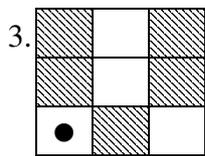
結果



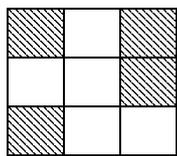
點選中排
正中的燈



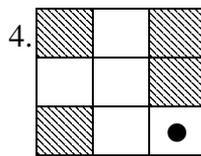
結果



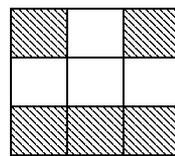
點選下排
左面的燈



結果

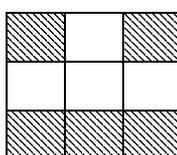
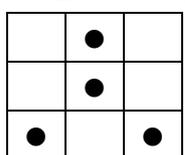


點選下排
右方的燈



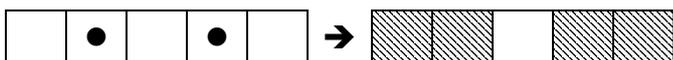
結果

若省略當中的步驟，我們可用下圖表示：

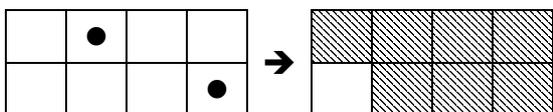


「●」代表被點選的燈

例二：



例三：



你可以利用手上的顏色咭模擬關燈遊戲，並完成以下任務。但須注意每組只可獲得九張顏色咭。

任務一（基本關燈法則）

根據圖(a)所點選的方格，請在圖(b)適當的方格內填上陰影。

題目 1

(1 分)

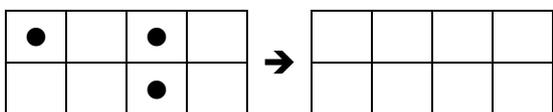


圖(a)

圖(b)

題目 2

(1 分)

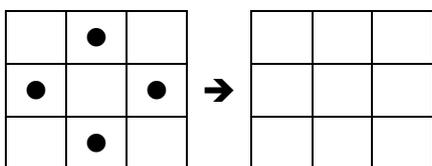


圖(a)

圖(b)

題目 3

(1 分)

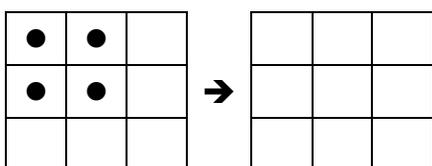


圖(a)

圖(b)

題目 4

(1 分)



圖(a)

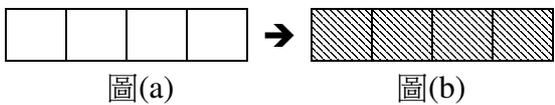
圖(b)

任務二（關掉指定的燈）

試在圖(a)中畫上最少的「●」，使得方塊變成圖(b)的狀態。

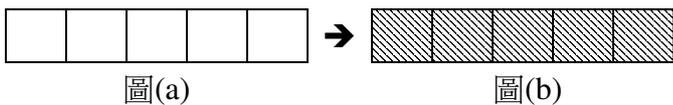
題目 5

(1 分)



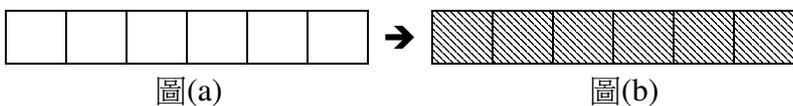
題目 6

(1 分)



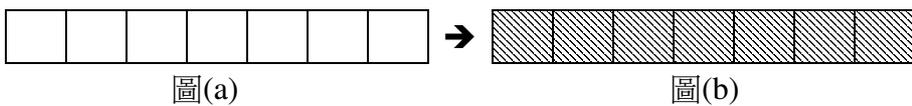
題目 7

(1 分)



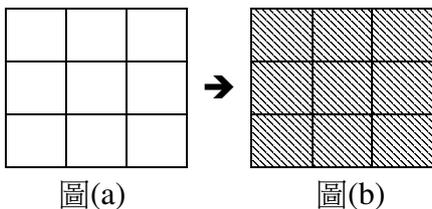
題目 8

(1 分)



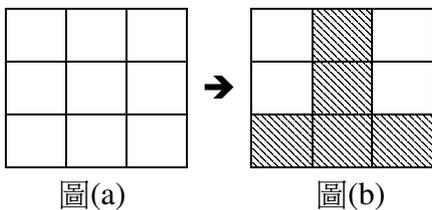
題目 9

(2 分)



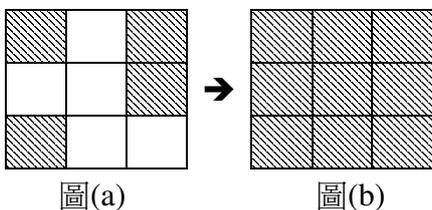
題目 10

(3 分)



題目 11

(4 分)

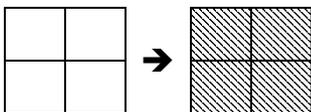


任務三（找規律）

以下各題顯示 $2 \times n$ 的方塊（即 2 行及 n 列，當中 n 為 2 或以上的正整數）。請在題目 12 至題目 16 的左圖中劃上最少的「●」，使得方塊內的所有燈都關掉。

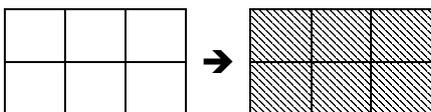
題目 12： 2×2 方塊

(1 分)



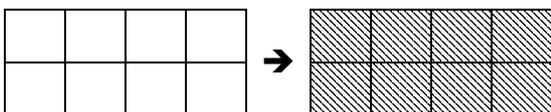
題目 13： 2×3 方塊

(1 分)



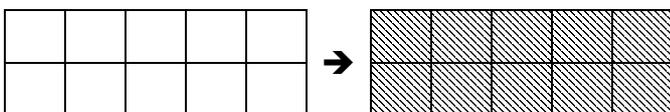
題目 14： 2×4 方塊

(1 分)



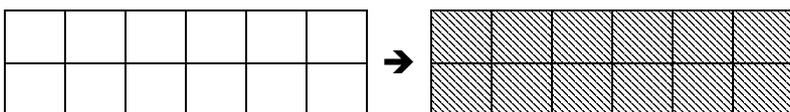
題目 15： 2×5 方塊

(1 分)



題目 16： 2×6 方塊

(2 分)



根據以上規律，回答以下問題：

題目 17：

要把 2×99 方塊內的燈全部關掉，最少需點選多少盞燈？

答案：_____

(3 分)

題目 18：

要把 2×2014 方塊內的燈全部關掉，最少需點選多少盞燈？

答案：_____

(4 分)

2014-2015 年度
第十屆全港小學數學比賽
創意解難 挑戰二

學校名稱：_____

總分：

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

循環小數

指引

本卷共 4 頁。全卷佔 30 分。

簡介

相信大家都認識 $\frac{1}{7} = 0.142857142857142857\dots$ 這個循環小數，其中重覆出現的數字組 142857 稱為「循環節」。將第一個循環節以後的數字全部略去，並在首末兩個數字（即“1”和“7”）上方各添一個小點，寫成 $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ 。

任何一個分數 $\frac{n}{7}$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)，都和“142857”這個循環節有關，例如：

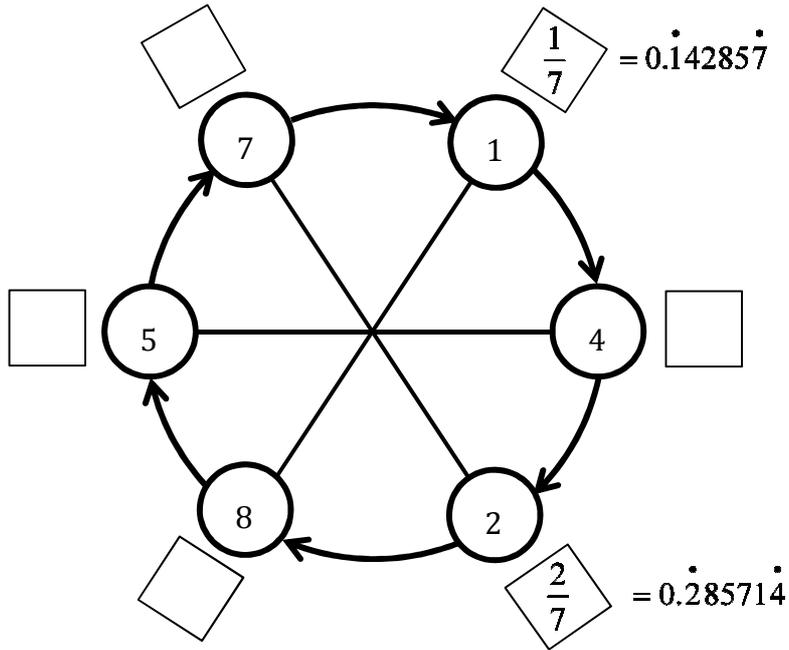
$$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}。$$

如下一頁圖 (a) 所示，將 1、4、2、8、5、7 依次以順時針方向排成一圓圈以表示這六個數字的循環關係。由於 $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ ，其循環節以 1 為首，我們在 1 旁邊的空格內填寫 $\frac{1}{7}$ 。

同樣，由於 $\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ ，其循環節以 2 為首，我們在 2 旁邊的空格內填寫 $\frac{2}{7}$ 。

(1) 請在圖(a) 的空格內填寫適當的分數。

(4 分)



圖(a)

(2) 把以上每個分數的「循環節」中的 6 個數字分成兩組，每組均為一個三位數。假設首三個數字組成的三位數為 a ，而尾三個數字組成的三位數為 b 。完成下表，並仔細觀察，試找出 a 和 b 的關係，並以數式表達它們的關係。

(4 分)

分數	循環節	a	b	a 和 b 的關係式
$\frac{1}{7}$	142857	142	857	
$\frac{2}{7}$	285714	285	714	
$\frac{3}{7}$				
$\frac{4}{7}$				
$\frac{5}{7}$				
$\frac{6}{7}$				

- (3) 已知 $\frac{1}{17}$ 是一個有 16 位循環節的循環小數，而且將這 16 位循環節分成兩組 8 位數後，這兩個 8 位數跟上題 a 和 b 有十分類似的關係。下面給你首 8 個位數字，試寫出其餘的數字。

(2 分)

$$\frac{1}{17} = 0.\dot{0}5882352 \boxed{}$$

- (4) 下面各循環小數都已列出循環節的首 8 個位數字，試寫出其餘的數字。

(4 分)

(a) $\frac{2}{17} = 0.\dot{1}1764705 \boxed{}$

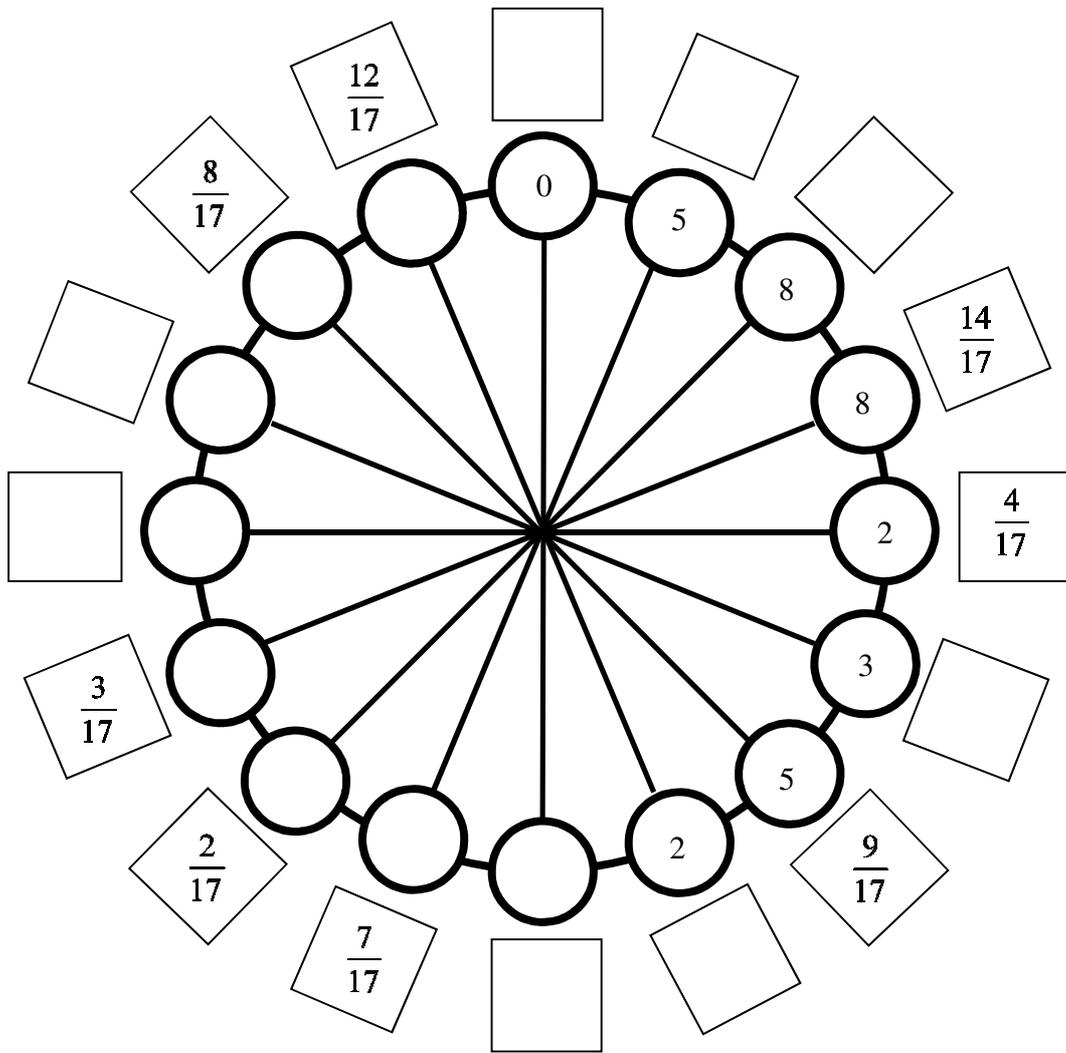
(b) $\frac{8}{17} = 0.\dot{4}7058823 \boxed{}$

(c) $\frac{9}{17} = 0.\dot{5}2941176 \boxed{}$

(d) $\frac{14}{17} = 0.\dot{8}2352941 \boxed{}$

- (5) 為了方便記憶，偉明將循環小數 $\frac{1}{17} = 0.05882352\dots$ 的 16 位循環節以圖(a) 的方式表達並得出圖(b)。試在圖(b) 的圓圈內依次填寫循環節的其餘數字，並將適當的分數填寫在其循環節的首位數字旁邊的空格內。

(16 分)



圖(b)

全卷完

2014-2015 年度
第十屆全港小學數學比賽
創意解難 挑戰三

學校名稱：_____

總分：

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

數字規律

指引

本卷共 4 頁。全卷佔 30 分。

簡介

1. 整數包括正整數 (1, 2, 3, 4, ...)、0、負整數 (-1, -2, -3, -4, ...) 三類。
2. 「非負整數」指「0」及正整數。
3. 以下的任務是要探討如何把數字寫成 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式，其中 a 和 b 均為非負整數或整數。例如：

21 能夠表示為 $4 \times 0 + 7 \times 3$ ，而

22 能夠表示為 $4 \times 2 + 7 \times 2$ 。

任務一：

1. 把下列數字以 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為非負整數： (7分)

(a) $20 = 4 \times \underline{\hspace{2cm}} + 7 \times \underline{\hspace{2cm}}$

(b) $21 = 4 \times 0 + 7 \times 3$

(c) $22 = 4 \times 2 + 7 \times 2$

(d) $23 = 4 \times \underline{\hspace{2cm}} + 7 \times \underline{\hspace{2cm}}$

(e) $24 = 4 \times \underline{\hspace{2cm}} + 7 \times \underline{\hspace{2cm}}$

(f) $25 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

(g) $26 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

(h) $27 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

(i) $28 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

2. 43 能夠表示為 $4 \times 9 + 7 \times 1$ 或 $4 \times 2 + 7 \times 5$ 兩種不同形式。

(a) 請把 40 以兩種 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為非負整數。

(2分)

及

(b) 請把 72 以三種 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為非負整數。

(3分)

及

任務二：

3. 下表列出當 a 和 b 為不同數值時， $4 \times a + 7 \times b$ 的值。

		b					
		0	1	2	3	4	→
a	0	0	7	14	21		
	1	4	11	18		32	
	2	8	15		29	36	
	3	12	19		33		
	4	16		30			
	↓						

(a) 把適當的數字填入上表中**五個**空格內。 (3分)

(b) 在上表中，部分 0 至 8 的數字均在表內。請找出 0 至 8 之間哪些數字不在表內。

(2分)

(c) 若 a 和 b 為**任何非負整數**，試找出不能以 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示的數最大會是多少？

(2分)

4. (a) 試描述從上表中任何一條對角線沿以下方向移動，數字的變化有何規律？

i. 從右上到左下 (↙) (1分)

答案：下一項較上一項 (增加 / 減少) * _____。

ii. 從左上到右下 (↘) (1分)

答案：下一項較上一項 (增加 / 減少) * _____。

(* 請圈出適當答案，並在橫線上填寫數字答案。)

(b) 請解釋出現以上規律的原因。

(2分)

任務三：

5. 如果 a 和 b 可以是**負整數**，則 $4 \times a + 7 \times b$ 能夠表示任何**非負整數**。例如，不在上表中的數字 10 能以 $4 \times a + 7 \times b$ 表示，即 $10 = 4 \times (-1) + 7 \times 2$ ，其中 $a = -1$ 及 $b = 2$ 。

(a) 試把第 3 題 (b) 部答案中任何四個數字分別以 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為**整數**。

	(1 分)
--	-------

	(1 分)
--	-------

	(1 分)
--	-------

	(1 分)
--	-------

(b) 試找出**兩種** $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示 0，其中 a 和 b 均為**整數**。你認為數字「0」共有多少種不同的表示方式。

	(1 分)
--	-------

及

	(1 分)
--	-------

數字「0」共有

	(1 分)
--	-------

種不同的表示方式。

全卷完